

KOMBINATORIK-POSTER



<http://docs.tx7.de/TT-YXC>

--- Das Urnen-Modell ---

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Bestimmung der Anzahl möglicher Anordnungen oder Auswahlen von unterscheidbaren oder nicht unterscheidbaren Objekten mit oder ohne Beachtung der Reihenfolge. Sie bildet eine wesentliche Grundlage für die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Betrachtete Menge	Werden alle Kugeln aus der Urne herausgenommen/gezogen?					
	ja ($k=n$) => Anordnung		nein ($k < n \vee k > n$) => Auswahl/Stichprobe			
Reihenfolge	Reihenfolge muss immer beachtet werden, sonst ist das Ergebnis identisch mit der Ausgangslage / Grundgesamtheit).		Muss die Reihenfolge beachtet werden?			
			ja		nein	
Art	=> Permutation * (1, 2, ..., k)		=> Variation {a,b} ≠ {b,a}		=> Kombination {a,b} = {b,a}	
Unterscheidbarkeit	Gibt es gleiche (nicht unterscheidbare) Kugeln in der Urne? **		Werden gezogene Kugeln zurück gelegt?			
	ja	nein	ja ($k < n \vee k > n$)	nein ($k < n$)	ja ($k < n \vee k > n$)	nein ($k < n$)
Formel(n)	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]	[6]
	$\frac{n!}{k_1! \times k_2! \times \dots \times k_s!}$ $= \binom{n}{k_1, k_2, \dots, k_s}$ Multinomialkoeffizient	$n!$	n^k	$\frac{n!}{(n-k)!}$ $= \binom{n}{k} \times k!$	$\frac{(n+k-1)!}{(n-1)! \times k!}$ $= \binom{n+k-1}{k}$	$\frac{n!}{(n-k)! \times k!}$ $= \binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ Binomialkoeffizient
Beispiele						
Beispiel	Transpositionsverfahren Wieviele Möglichkeiten gibt es, den Klartext "MONOTON" zu transponieren?	Ausverkauftes Kino Ein kleines Kino mit 10 Plätzen und freier Platzwahl ist ausverkauft. Wieviele Möglichkeiten zur Belegung der Sitzplätze gibt es?	Passwörter Für ein 6-stelliges Passwort sind nur die Ziffern 0 - 9 und die deutschen Großbuchstaben zugelassen. Wieviele mögliche Passwörter gibt es?	Sitzordnung Ein Besprechungsraum hat 10 Sitzplätze. Wieviele mögliche Verteilungen für die Plätze gibt es, wenn 8 Teilnehmer den Raum belegen?	Briefmarkenserien Das Porto für einen Brief beträgt 5 €. Zum frankieren stehen 1€ Marken aus 3 Serien zur Verfügung. Wieviele Möglichkeiten zur Freimachung gibt es?	Lotto (6 aus 49) Wieviele Möglichkeiten gibt es beim klassischen Lotto, 6 Zahlen aus 49 zu ziehen?
Die "Kugeln" aus der Urne	Die Buchstaben: $U = \{M, N, N, O, O, O, T\}$ $n = 7, k_1 = 3, k_2 = 2$	Die Plätze: $U = \{P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10\}$ $n = 10$	Die Ziffern und Buchstaben: $U = \{0, 1, 2, \dots, 9\} \cup \{A, B, C, \dots, Z\}$ $n = 36$	Die Plätze: $U = \{P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10\}$ $n = 10$	Die Briefmarken: $U = \{S1, S2, S3\}$ $n = 3$	Die 49 Zahlen/Kugeln: $U = \{1, 2, 3, \dots, 49\}$ $n = 49$
Anzahl der Ziehungen	7 Ziehungen $k = 7$	10 Ziehungen $k = 10$	6 Ziehungen $k = 6$	8 Ziehungen $k = 8$	5 Ziehungen $k = 5$	6 Ziehungen $k = 6$
Lösung	$\frac{7!}{3! \times 2!} = \frac{5.040}{6 \times 2}$ $= 420$	$10! = 3.628.800$	$(10 + 26)^6 = 36^6$ $= 2.176.782.336$	$\frac{10!}{(10-8)!}$ $= \frac{10!}{2!}$ $= 1.814.400$	$\frac{(3+5-1)!}{2! \times 5!}$ $= \frac{7!}{2! \times 5!}$ $= 21$	$\binom{49}{6}$ $= \frac{49!}{(49-6)! \times 6!}$ $= \frac{49!}{(43)! \times 6!}$ $= 13.983.816$

* Wenn genau alle Kugeln aus der Urne gezogen werden, handelt es sich IMMER um eine Permutation!

** Es gibt kein Zurücklegen bei Permutationen.

Abkürzungslegende:

U = Grundgesamtheit (Menge der Kugeln in der Urne) | n = Anzahl der Elemente (Kugeln) aus U | k = Auswahl aus U

Farblegende:

Frage	Ja-Antwort	Nein-Antwort	Definition	Formel
-------	------------	--------------	------------	--------